

2001/A II

1.1.1 $f_k(x) = -\frac{1}{4}(x^3 + kx^2 - 2kx - 8)$; $k \in \mathbb{R}$

$f_k(2) = -\frac{1}{4}(8 + 4k - 4k - 8) = 0 \Rightarrow x_1 = 2$ NST

$(x^3 + kx^2 - 2kx - 8) : (x - 2) = x^2 + 2x + kx + 4$

$f_k(x) = -\frac{1}{4}(x - 2)(x^2 + 2x + kx + 4)$

1.1.2 $x^2 + (2+k)x + 4 = 0$

$D = (2+k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = k^2 + 4k - 12 = (k-2)(k+6)$



$\forall z \in D$ + 0 - 0 +

Anz. v. NST 2 1 k. 1 2 \leftarrow NST v. $x^2 + 2x + kx + 4$

$2^2 + 2 \cdot 2 + k \cdot 2 + 4 = 0 \Leftrightarrow 2k = -12 \Leftrightarrow k = -6$

\Rightarrow für $k = -6$ liefert $x^2 + 2x + kx + 4$ eine

weitere NST, wegen $D=0$ eine 2-f. NST

und wegen $x_1 = 2$ insges. 3-f. NST

Ansonsten sind NST von $x^2 + 2x + kx + 4$ von

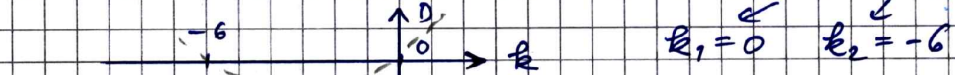
$x_1 = 2$ verschieden \Rightarrow mind. eine weitere

NST für $k \in]-\infty; -6[$ sowie $k \in [2; \infty[$

1.1.3 Waagr. Tangenten: $f'_k(x) = 0$

$f'_k(x) = -\frac{1}{4}(3x^2 + 2kx - 2k) = 0$

$D = 4k^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2k) = 4k^2 + 24k = 4k(k+6)$



$\forall z \in v.D$ + 0 - 0 +

für $k = -6$ bzw. $k = 0$: $f'(x)$ hat do. NST

$\Rightarrow G_{f_k}$ hat einen TEP

für $k \in \mathbb{R} \setminus [-6; 0]$: G_{f_k} hat HOP/TIP

für $k \in \mathbb{R} \setminus]0; 6[$: G_{f_k} hat keine w. Tang.

1.1.4 $x^2 + 2x + kx + 4 \stackrel{!}{=} (x+2)^2$

\uparrow do NST bei $x_2 = -2$

Koeffizientenvergl: $k = 2$

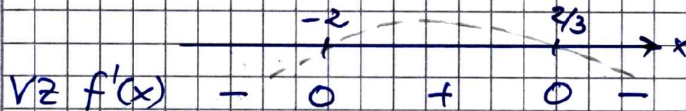
2001 / A II

$$f_2(x) = -\frac{1}{4}(x^3 + 2x^2 - 4x - 8) \\ = -\frac{1}{4}(x+2)^2(x-2)$$

1.2.1

$$f'(x) = -\frac{1}{4}(3x^2 + 4x - 4) = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{1}{6}(-4 \pm \sqrt{16 + 4 \cdot 3 \cdot 4}) ; \quad x_1 = -2 \\ x_2 = \frac{2}{3}$$



G_f surf TIP smc HOP surf

$$f(-2) = 0 \Rightarrow \text{TIP } (-2/0) \quad (\text{vgl. a: 2-f. NST})$$

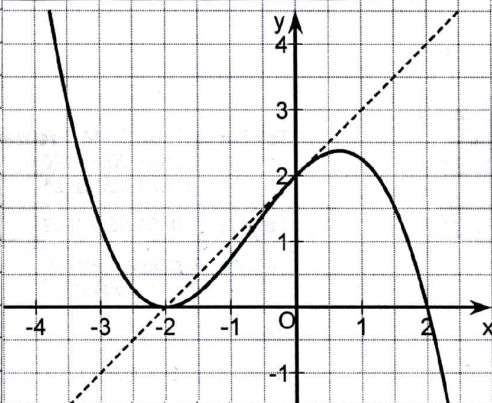
$$f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{64}{27} \Rightarrow \text{HOP } \left(\frac{2}{3} \mid \frac{64}{27}\right) ; \quad \frac{64}{27} \approx 2,37$$

$$f''(x) = -\frac{1}{4}(3 \cdot 2x + 4) = -\frac{3}{2}x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow x_w = -\frac{2}{3} \quad (\text{1-f m. VZW})$$

$$f(x_w) = \frac{32}{27} \approx 1,19 \Rightarrow \text{WEP } \left(-\frac{2}{3} \mid \frac{32}{27}\right)$$

1.2.2



$$1.2.3 \quad f'(x) = -\frac{1}{4}(3x^2 + 4x - 4) = 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow 3x\left(x + \frac{4}{3}\right) = 0$$

$$x_1 = 0 ; \quad f(x_1) = 2 \quad b = y - mx = 2$$

$$t_1(x) = x + 2 \quad \text{mit } B_1(0/2)$$

$$x_2 = -\frac{4}{3} ; \quad f\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{10}{27} \Rightarrow B_2\left(-\frac{4}{3} \mid \frac{10}{27}\right)$$